

Matrizen und Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1 Seien folgende Matrizen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie ob folgende Ausdrücke definiert sind. Falls ja berechnen Sie den Ausdruck:

(a) $A \cdot B$

(d) $A \cdot v$

(b) $A + B$

(e) $A \cdot C$

(c) $C + 3 \cdot D$

(f) $C \cdot D$

Aufgabe 2 Berechnen Sie die folgenden Determinanten

(a) $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

(b) $\det \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3 Ein Kaufmann stellt einen Arbeiter für 30 Tage an. Wenn er arbeitet, bekommt er 7 Pfennig am Tag; wenn er nicht arbeitet, muss er 5 Pfennig am Tag Strafe zahlen. Nach Ablauf der 30 Tage ist keiner dem anderen etwas schuldig. Wieviele Tage hat der Arbeiter gearbeitet und wie viele Tage frei gehabt.

Nach Adam Ries. Hinweis: Für die Antwort müssen Bruchteile von Tagen berücksichtigt werden.

Aufgabe 4 Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme:

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 3x_1 + 6x_2 &= 15 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 2x + 3y + 5z &= 8 \\ x + y - 2z &= 7 \\ 3x - y + z &= 2 \end{aligned}$$