

## Vektoren und analytische Geometrie

**Aufgabe 1** Seien folgende Vektoren im  $\mathbb{R}^2$  gegeben:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Zeichnen Sie die folgenden Vektoren in ein Koordinatensystem ein:

- (a)  $\vec{w} + \vec{a}$  (c)  $2\vec{b}$   
(b)  $\frac{1}{2}(\vec{v} + \vec{w})$  (d)  $\vec{b} - \vec{a}$

**Aufgabe 2** Seien  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \end{pmatrix}$  zwei Vektoren für  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Für welchen Wert von  $\lambda$  sind  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  orthogonal.

**Aufgabe 3** Seien die folgenden Ortsvektoren der Punkte  $A, B, C, D$  im  $\mathbb{R}^2$  gegeben.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Beantworten Sie die folgenden Fragen:

- (a) Ist  $\overrightarrow{AB}$  parallel zu  $\overrightarrow{CD}$ ? Was ist mit  $\overrightarrow{CA}$  und  $\overrightarrow{DB}$ ?  
(b) Was für eine Figur ist das Viereck  $ABCD$ ?  
(c) Sei  $\vec{p} = \vec{c} + \lambda \cdot \overrightarrow{CD}$  ein Punkt auf der Geraden  $CD$ . Für welches  $\lambda$  gilt  $(\vec{p} - \vec{a}) \perp \overrightarrow{CD}$ ?  
Wie lang ist in diesem Fall  $\vec{p} - \vec{a}$ ?  
(d) Was ist der Flächeninhalt des Vierecks?

**Aufgabe 4** Sei folgende Gerade  $g$  und Ebene  $E$  im  $\mathbb{R}^3$  gegeben:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Beantworten Sie folgende Fragen:

- (a) Schneiden sich  $g$  und  $E$ . Wenn ja, in welchem Punkt?  
(b) Liegt der Punkt  $(0, -1, 3)$  auf  $E$ ?  
(c) Was ist der Abstand von  $(1, 1, 1)$  zu  $E$ ?