

Aufgaben Binomische Formeln und Summen

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (a+4b)^2 + (7a+7b) \cdot (7a-7b) \\ & = a^2 + 8ab + 16b^2 + 49a^2 - 49b^2 \\ & = 50a^2 - 33b^2 + 8ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & (8u+v)^2 - (8u-v)^2 \\ & = 64u^2 + 16uv + v^2 - (64u^2 - 16uv + v^2) \\ & = \cancel{64u^2} + 16uv + \cancel{v^2} - \cancel{64u^2} + 16uv - \cancel{v^2} \\ & = 32uv \end{aligned}$$

Aufgabe 2

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{(x-y)(x+y)}{x^4 - y^4} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2)} \\ & = \frac{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x+y)} \cdot (x^2 + y^2)} = \frac{1}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{x+1}{x-2} = \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (x+2) \cdot \cancel{(x+1)}}{(x-1) \cdot \cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x-2)}} \\ & = \frac{x+2}{x-1} \end{aligned}$$

Aufgabe 3

$$(a) \sum_{k=0}^3 \frac{2}{2k+1} = \frac{2}{2 \cdot 0 + 1} + \frac{2}{2 \cdot 1 + 1} + \frac{2}{2 \cdot 2 + 1} + \frac{2}{2 \cdot 3 + 1}$$
$$= \frac{2}{1} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{2}{7}$$

$$(b) \sum_{k=1}^4 \frac{1}{k} x^k = \frac{1}{1} \cdot x^1 + \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{1}{4} \cdot x^4$$
$$= x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{4} x^4$$

Aufgabe 4

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2k} \Big|_{k=1} + \frac{1}{2k} \Big|_{k=2} + \frac{1}{2k} \Big|_{k=3} + \frac{1}{2k} \Big|_{k=4}$$
$$= \sum_{k=1}^4 \frac{1}{2k}$$

Schreibweise nicht eindeutig (s.u.)!

$$(b) 3x + 5x^2 + 7x^3 + 9x^4$$
$$= (2k+1) \cdot x^k \Big|_{k=1} + (2k+1) \cdot x^k \Big|_{k=2} + (2k+1) \cdot x^k \Big|_{k=3}$$
$$+ (2k+1) \cdot x^k \Big|_{k=4}$$
$$= \sum_{k=1}^4 (2k+1) \cdot x^k \quad \left(= \sum_{k=0}^3 (2k+3) \cdot x^{k+1} \right)$$

Lsg. nicht eindeutig!